LA TRASLAZIONE

Si tratta di una trasformazione geometrica che corrisponde all'idea intuitiva di *spostamento*.

Traslazioni nel piano

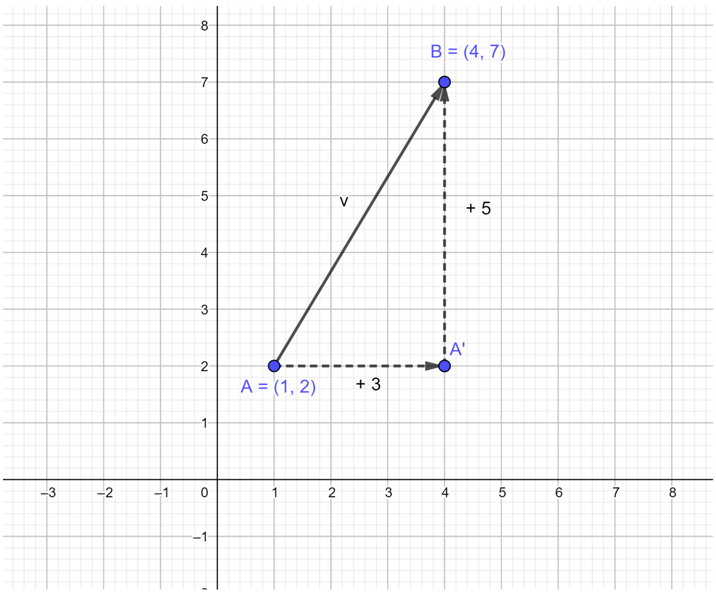
Per caratterizzare una traslazione nel piano occorre conoscere lo spostamento *h* lungo l'asse x e lo spostamento *k* lungo l'asse y, dove *h* e *k* sono numeri reali.

La coppia di numeri *h* e *k* che caratterizza una traslazione viene indicata con la simbologia $\vec{v}=[h,k]$.

L'oggetto matemativo $\vec{v}=[h,k]$ prende il nome di **vettore**, *h* e *k* di componenti del vettore $\vec{v}$.

Traslazione di un punto

Consideriamo il punto A(1;2). Se lo trasliamo del vettore [3,5], otteniamo il punto B(4;7).



Dal punto di vista algebrico un generico punto P(x;y) in seguito ad una traslazione di vettore [h,k] viene mandato nel punto P'(x';y') le cui coordinate si trovano così:

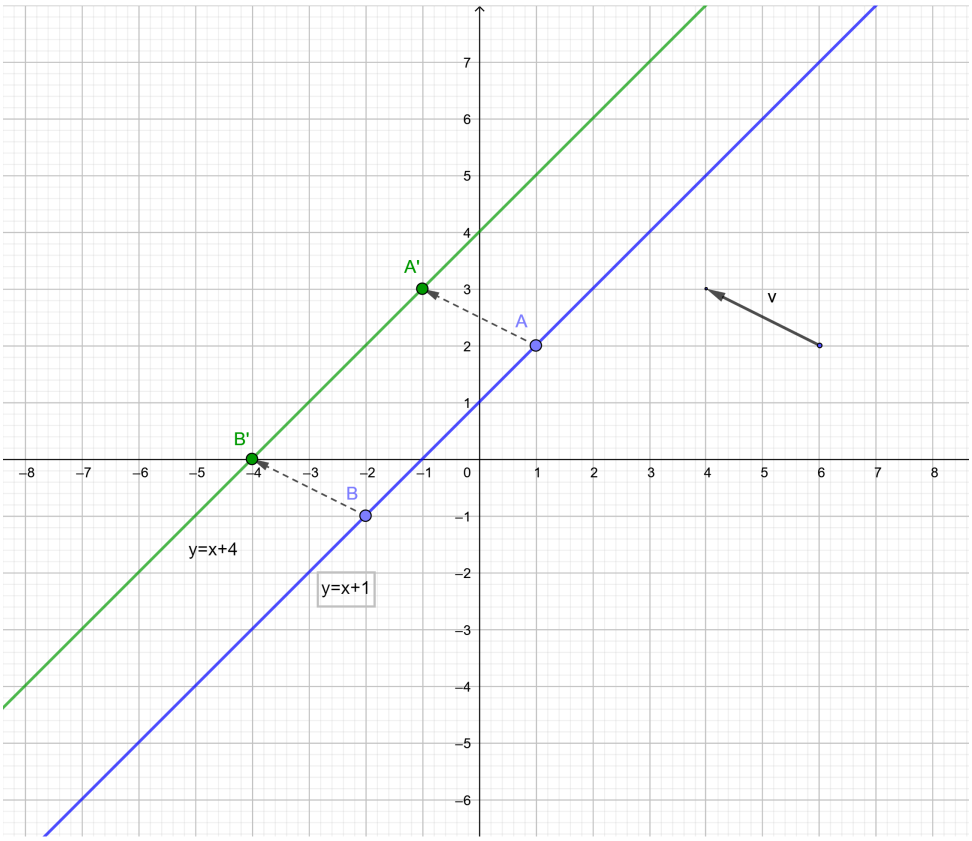
$$\begin{cases} x' = x + h \\ y' = y + k \end{cases}$$

Nel nostro esempio: $\begin{cases} x'=1+3=4 \\ y'=2+5=7 \end{cases}$

<u>Traslazione di una retta</u>

Consideriamo la retta di equazione $y=x+1$. Vogliamo traslarla di un vettore [-2,1] e ricavare l'equazione della retta traslata.

Ricordiamo il teorema che afferma che *dati due punti, per essi passa una e una sola retta*. Allora è sufficiente traslare due punti della retta per trovare il grafico della retta traslata.



Il generico P(x;y) della retta $y=x+1$ viene mandato nel punto P'(x';y') dalla traslazione di vettore [-2,1] le cui coordinate si ottengono così:

$$\begin{cases} x'=x-2 \\ y'=y+1 \end{cases}$$

Per ottenere l'equazione della retta traslata occorre ricavare le coordinate (x;y) in funzione delle nuove coordinate (x';y'), cioè $\begin{cases} x=x'+2 \\ y=y'-1 \end{cases}$, e poi sostituire nell'equazione della retta:

$y = x + 1 \quad \rightarrow \quad y' - 1 = x' + 2 + 1 \quad \rightarrow \quad y' = x' + 4$.

Togliendo gli apici che non ci servono più, dato che non abbiamo più la necessità di distinguere tra le vecchie e le nuove coordinate, l'equazione della retta traslata è: $y = x + 4$.

Osservazione: la retta traslata è una retta parallela alla retta di partenza.

Azione di una traslazione di vettore [h,k] sulla generica funzione y=f(x)

Abbiamo visto che dal punto di vista algebrico un generico punto P(x;y) in seguito ad una traslazione di vettore [h,k] viene mandato nel punto P'(x';y') le cui coordinate si trovano così:

$$\begin{cases} x' = x + h \\ y' = y + k \end{cases} .$$

Ricavando le coordinate (x;y) in funzione delle nuove (x';y') si ha

$$\begin{cases} x = x' - h \\ y = y' - k \end{cases}$$

e sostituendo in $y = f(x)$ si ottiene $y' - k = f(x' - h)$ da cui $y' = f(x' - h) + k$.

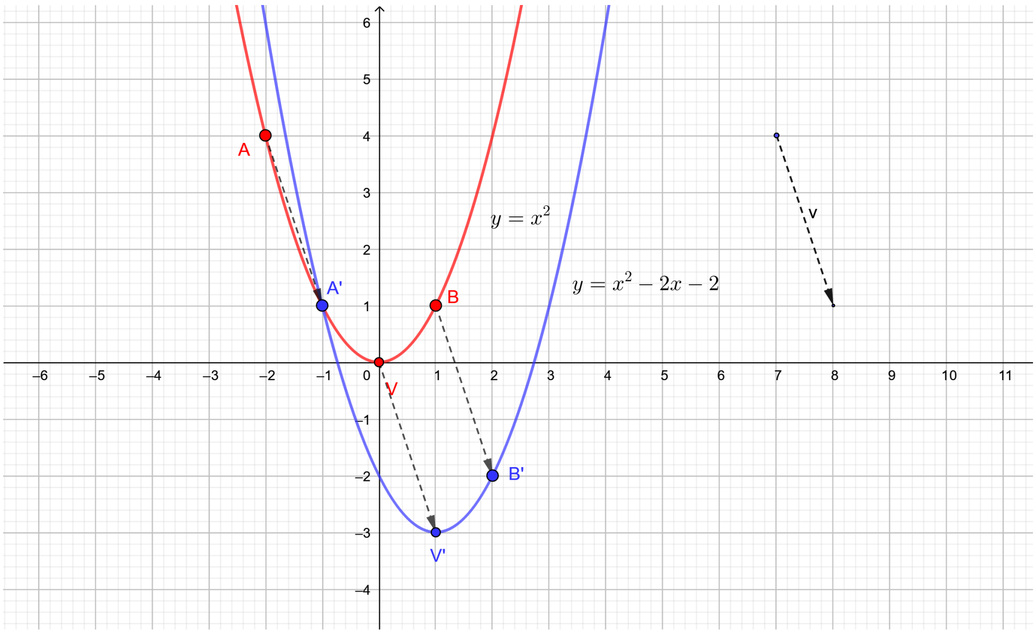
Dato che non abbiamo più la necessità di distinguere tra le vecchie e le nuove coordinate, l'equazione della funzione traslata è:

$$y = f(x - h) + k \quad (*).$$

Traslazione di una parabola

Consideriamo per esempio la parabola di equazione $y = x^2$. Vogliamo traslarla di un vettore [1,-3] e ricavare l'equazione della parabola traslata.

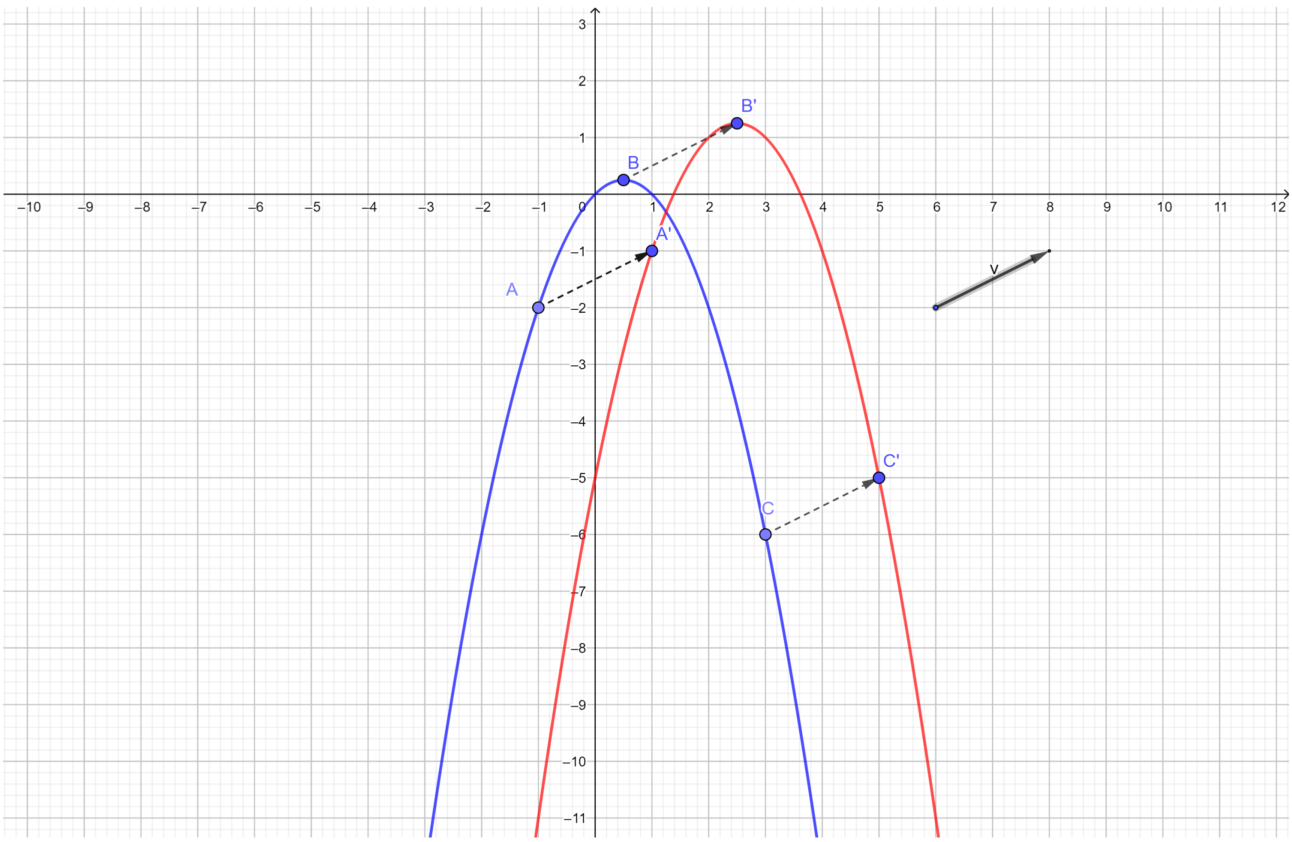
Per tracciare una parabola di equazione $y = ax^2 + bx + c$ è necessario e sufficiente conoscere le coordinate di 3 punti appartenenti ad essa. Dunque, data la parabola $y = x^2$, per ricavare il grafico della parabola traslata basta traslare 3 suoi punti.



Per ottenere l'equazione della parabola traslata applichiamo la (*):

$y=(x-1)^2-3$ da cui, svolgendo i conti, si ottiene $y=x^2-2x-2$.

Data la parabola di equazione $y=-x^2+x$, ricaviamo il grafico e l'equazione della parabola traslata di un vettore [2,1].



Per quanto riguarda l'equazione della parabola traslata, applicando (*) all'equazione iniziale si ottiene $y=-(x-2)^2+x-2+1$ da cui, svolgendo i conti, si ottiene $y=-x^2+5\mathrm{x}-5$.